Lógica Fuzzy

Prof. Júlio Cesar Nievola
PPGIA - PUCPR

Lógica Fuzzy

- É um método para representar a imprecisão baseado na intuição humana (mas com forte base matemática)
- O que é:
  - Um dia quente?
  - Uma pessoa alta?
  - Um carro rápido?
  - Uma chuva forte?

Características

- Lida com a imprecisão – incerteza é tratada pela probabilidade
- Estende a Lógica Booleana
- Permite a modelagem e análise de sistemas complexos
- Pode ser integrada a outras técnicas, estendendo-as

Histórico

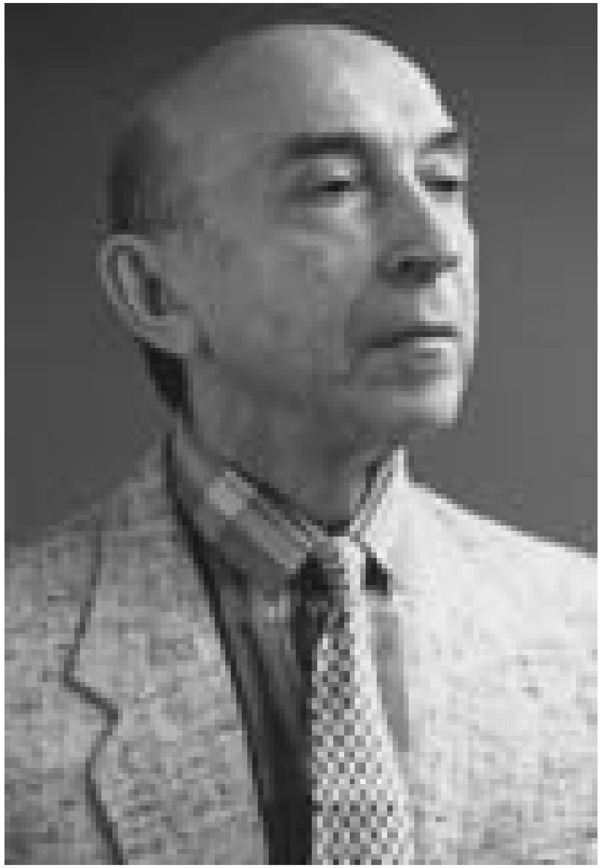
- 1920 – J. Lukasiewicz & E. Post – lógica com três valores e multivalorada
- 1965 – L.A.Zadeh – Conjuntos Fuzzy
- 1972 – M. Sugeno – Medidas Fuzzy
- 1974 – E.H.Mamdani – Controlador Fuzzy
- 1982 – Primeira grande aplicação industrial em operação – Dinamarca
- 1986 – Controlador fuzzy do metrô de Tóquio – Hitachi

Princípio da Incompatibilidade

"… As the complexity of a system increases, our ability to make precise yet significant descriptions about its behavior diminishes until a threshold is reached beyond which precision and significance (or relevance) become almost mutually exclusive characteristics."…

Lofty A. Zadeh

"Fuzzy Sets", Information and Control, 1965.



Conjunto Clássico

- Na lógica clássica, um elemento pertence ou não pertence a um determinado conjunto (Lei do Meio Excluído – Aristóteles)
- Função Característica:

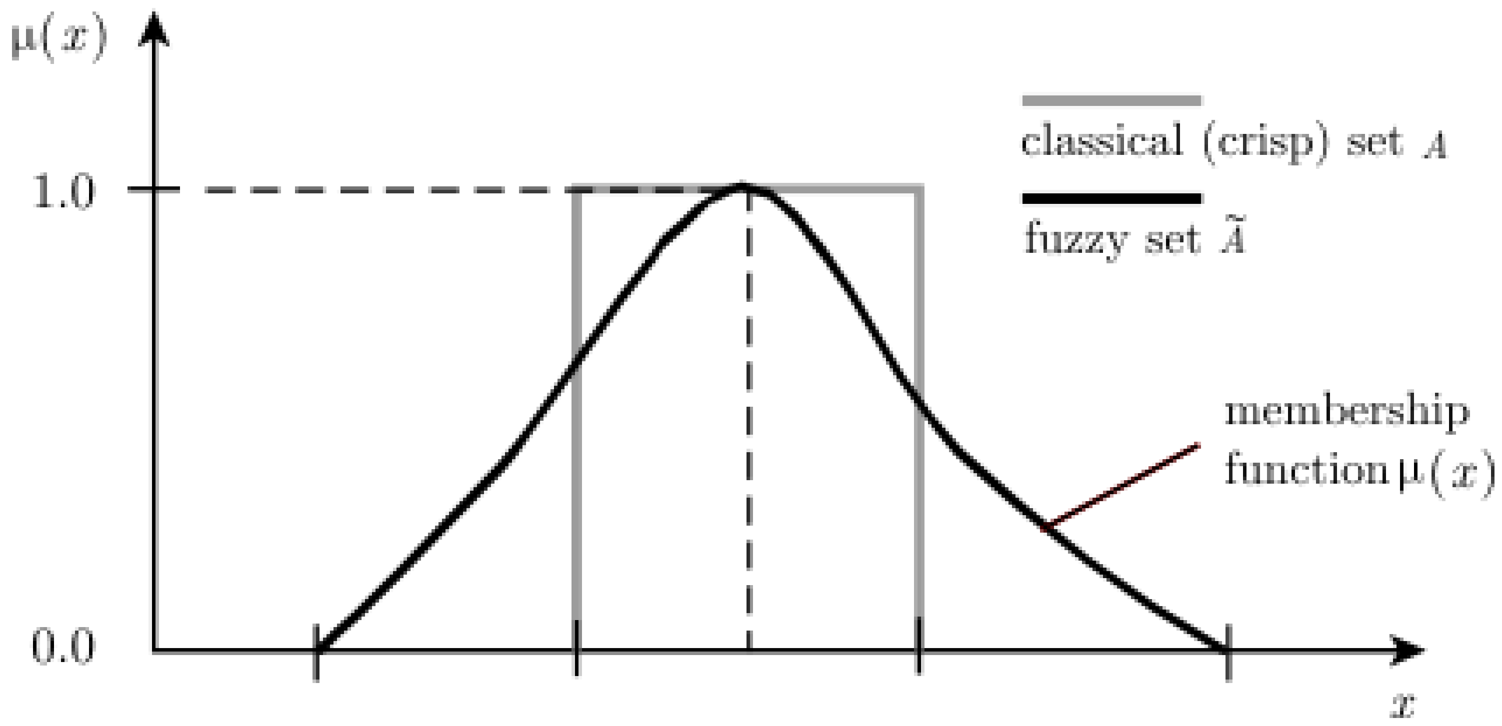
$$f_A(x) = \begin{cases} 1, & se\ e\ somente\ se\ x \in A \\ 0, & se\ e\ somente\ se\ x \notin A \end{cases}$$

Conjunto Fuzzy

- Em um universo *X*, um conjunto fuzzy *A* é definido através de sua função de pertinência $\mu_A(x)$, a qual indica o grau com que cada elemento pertence ao conjunto dentro do universo considerado:

$$A = \left\{ \frac{\mu_A(x)}{x} \right\}, \quad x \in A$$

Conjunto Fuzzy



Representação fuzzy

- Para universos finitos:

$$\sum_{i=1}^{n} \frac{\mu_A(x_i)}{x_i}$$

- Para universos contínuos:

$$\int_X \frac{\pi_A(x)}{x}$$

Variável Lingüística

- É o nome de um conjunto fuzzy, que pode ser usado para representar uma variável do sistema.
- Admite o uso de qualificadores (chamados de “hedges”)
- Os qualificadores mudam o formato do conjunto fuzzy

Variáveis Fuzzy

- Complemento

$$\mu_A(x) = 1 - \mu_{A'}(x)$$

- Igualdade entre variáveis

$$A = B \Rightarrow \mu_A(x) = \mu_B(x)$$

- Subconjunto

$$A \supset B \Rightarrow \mu_A(x) \geq \mu_B(x)$$

Operações

- Mais comuns

$$\mu_{A\cap B}(x) = \min(\mu_A(x), \mu_B(x))$$
$$\mu_{A\cup B}(x) = \max(\mu_A(x), \mu_B(x))$$

- Outra opção

$$\mu_{A\cap B}(x) = \mu_A(x) * \mu_B(x)$$
$$\mu_{A\cup B}(x) = \mu_A(x) + \mu_B(x) - \mu_A(x) * \mu_B(x)$$

Princípio da Extensão

- Usado para generalizar conceitos matemáticos clássicos para conjuntos fuzzy

Seja X o produto cartesiano dos universos $X = X_1 \cdots X_r$

Sejam $\tilde{A}_1, \cdots, \tilde{A}_r$ os r conjuntos difusos em $X_1, \cdots, X_r$

f *é um mapeamento de* X *para um universo* Y, $y = f(x_1, \cdots x_r)$

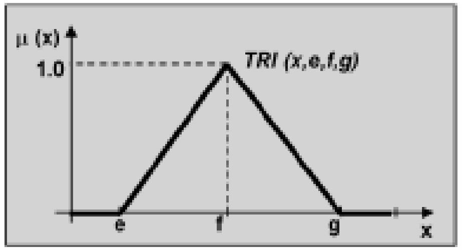
O princípio da extensão permite definir um *conjunto fuzzy* $\tilde{B}$ em Y por

$$\tilde{B} = \{(y, \mu_{\tilde{B}}(y)) \mid y = f(x_1, \cdots, x_r), (x_1, \cdots, x_r) \in X\}$$

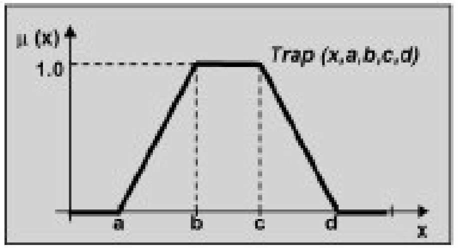
onde

$$\mu_{\tilde{B}}(y) = \begin{cases} \sup\limits_{(x_1, \cdots, x_r) \in f^{-1}(y)} \min\{\mu_{\tilde{A}_1}(x_1), \cdots, \mu_{\tilde{A}_r}(x_r)\}, & se\ f^{-1}(y) \neq \phi \\ 0, & \text{em caso contrário} \end{cases}$$

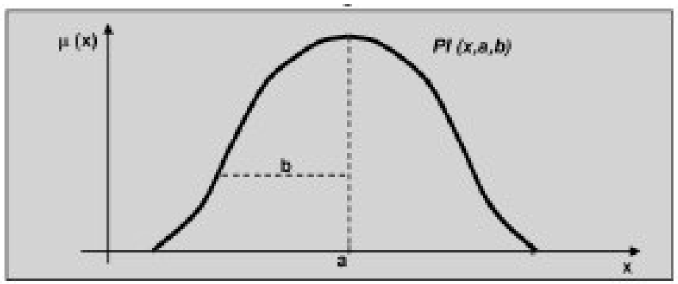
Formatos de Conjuntos Fuzzy



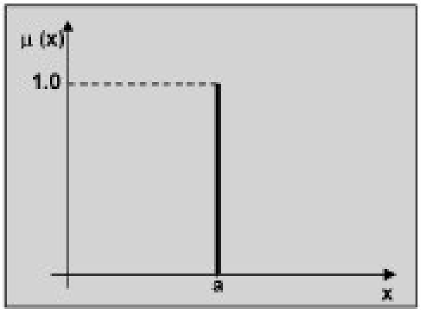
Triangular



Trapezoidal

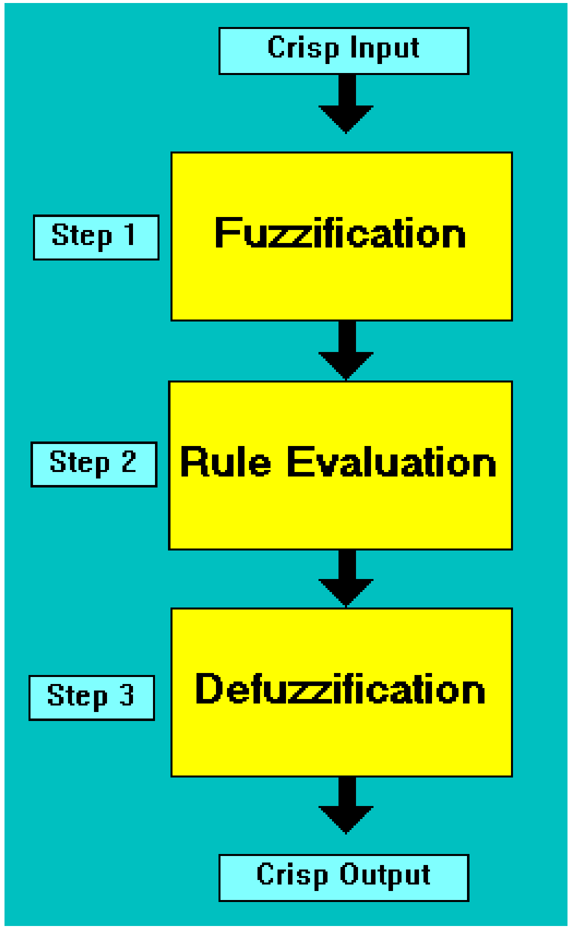


Gaussiana

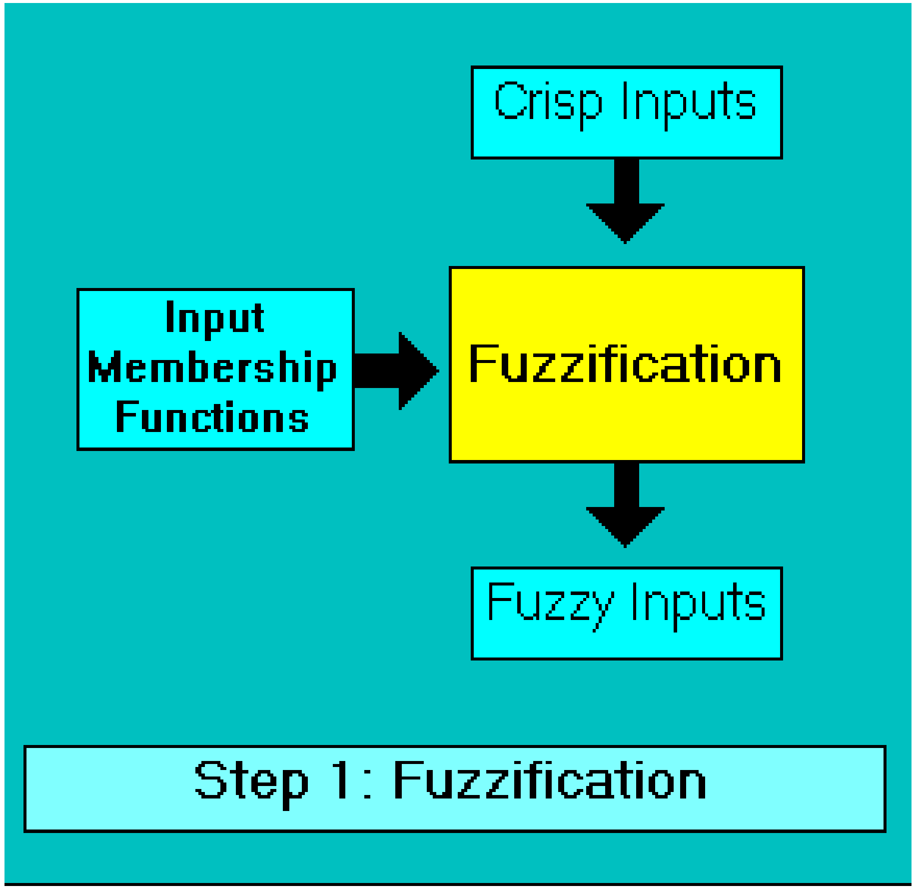


Singleton

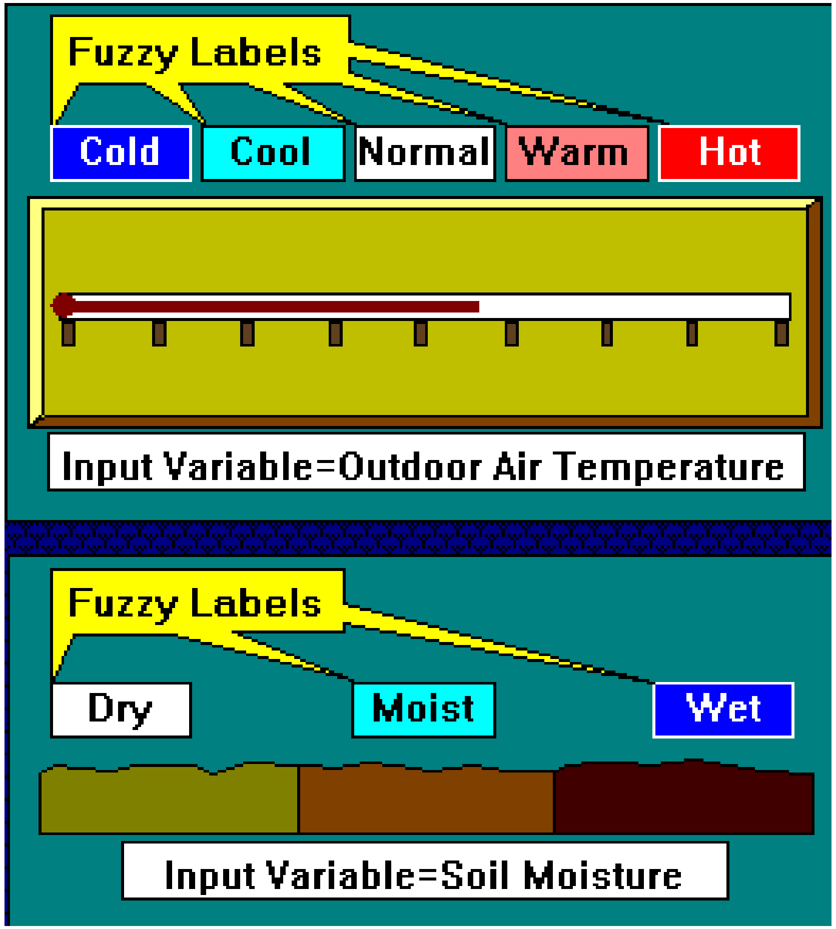
Sistema Fuzzy



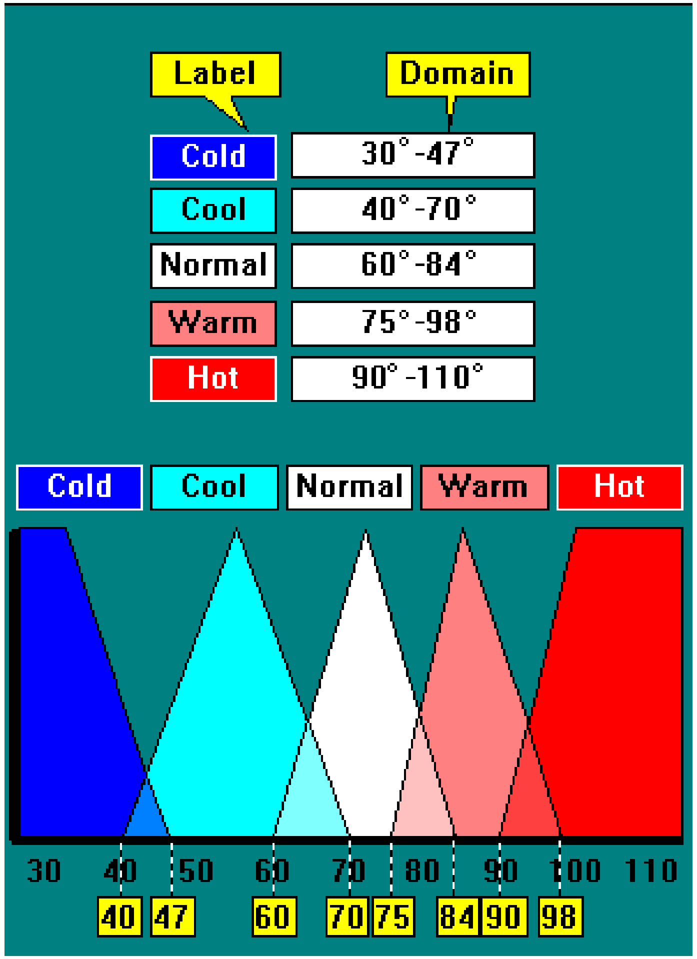
Etapa 1


Crisp Inputs
Input Membership Functions
Fuzzification
Fuzzy Inputs
Step 1 : Fuzzification

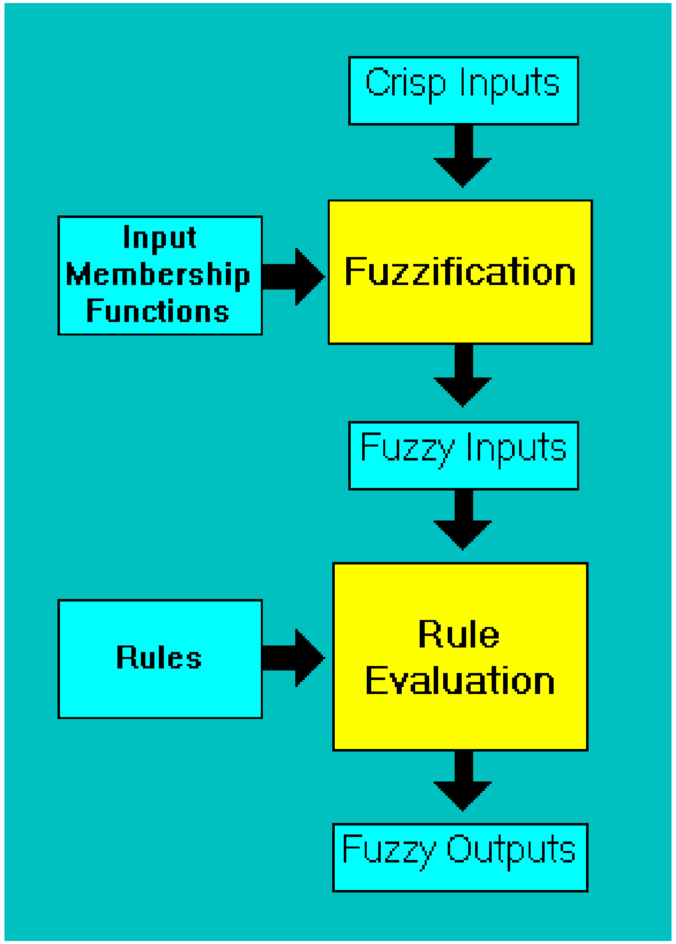
Rotulação das Variáveis Fuzzy



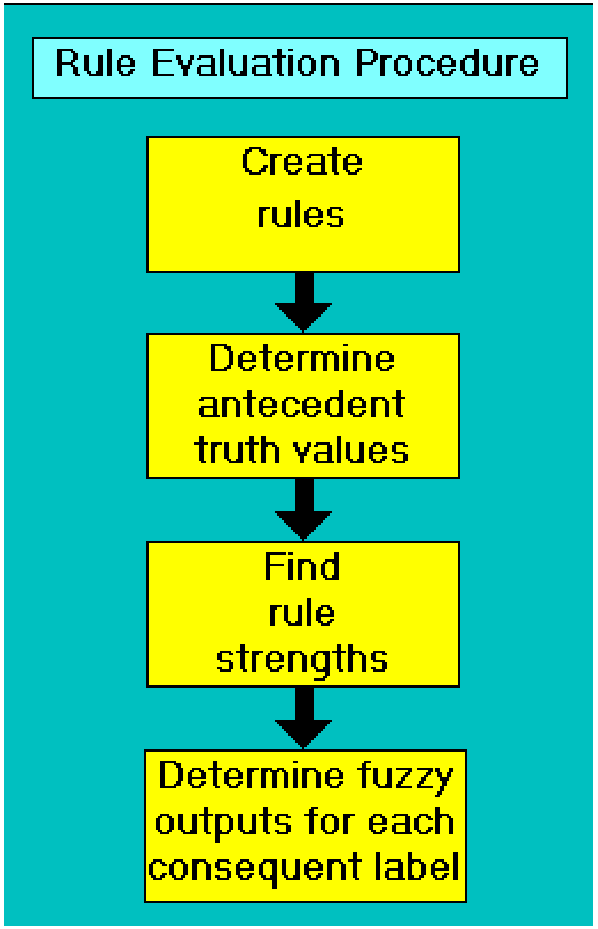
Conversão Leitura => Fuzzy



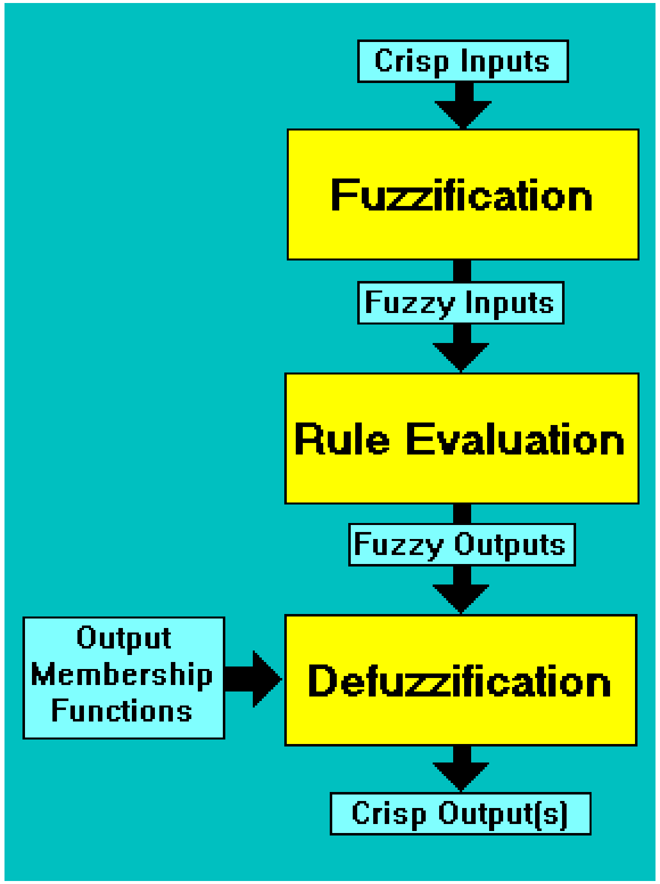
Etapa 2


Crisp Inputs
Input Membership Functions
Fuzzification
Fuzzy Inputs
Rules
Rule Evaluation
Fuzzy Outputs

Etapas da Avaliação de Regras



Etapa 3


Crisp Inputs
Fuzzification
Fuzzy Inputs
Rule Evaluation
Fuzzy Outputs
Output Membership Functions
Defuzzification
Crisp Output(s)

Probabilidade x Possibilidade

- Deserto, 5 dias sem beber nada
- 2 latinhas:
  - 1 com 50% probabilidade de água
  - 1 com 50% possibilidade de água
- Qual beber?
- Diferença fundamental entre lógica fuzzy e lógica probabilista