
Une approche multi-agents pour la résolution d'équations en physique des milieux granulaires

Laurent Breton* — Jean-Daniel Zucker* — Eric Clément**

*LIP6 - UPMC/CNRS - 4, Pl. Jussieu - Case 169 - 75232 Paris Cedex 05
e-mails : {Laurent.Breton, Jean-Daniel.Zucker}@lip6.fr
<http://www-poleia.lip6.fr/~{breton, zucker}>

**Laboratoire des Milieux Désordonnés et Hétérogènes - Université Paris VI
4, place Jussieu - case 86 - 75005 Paris
e-mail: erc@ccr.jussieu.fr

RÉSUMÉ. En physique des milieux granulaires, on recourt notamment à des méthodes de simulations numériques pour tenter de comprendre la connexion entre les mécanismes d'interaction des grains et l'obtention de lois macroscopiques fiables contrôlant leurs aspects mécaniques. Les méthodes de simulation numérique classiques employées jusqu'à présent par les physiciens sont d'une complexité telle qu'une étude systématique de larges empilements et leur utilisation pour identifier des lois macroscopiques de comportement, reste un problème ouvert. Une modélisation multi-agents a permis de concevoir une méthode d'éco-résolution qui, dans la pratique, a une complexité linéaire avec le nombre de grains de l'empilement. Cette efficacité a ouvert les portes au développement de GranuLab, un laboratoire virtuel d'expérimentations pour l'aide à la découverte scientifique en physique granulaire. Nous présentons l'algorithme de résolution et notre démarche pour valider les résultats obtenus. Cette validation est un préalable à l'utilisation de cet environnement comme laboratoire virtuel d'expérimentations.

ABSTRACT. In granular physics, numerical simulations are often used to better explain the link between microscopic interactions mechanisms and macroscopic laws. Up to now, the complexity of the numerical simulations prevented the physicists to study large piles. This paper presents a multi-agent approach that solves the problem in practice in a complexity linear with the number of grains. This performance has paved the way for the development of GranuLab, a virtual laboratory for scientific discovery applied to granular physics. The distributed problem solving algorithm is presented and the results are discussed.

MOTS-CLÉS : Simulation numérique, éco-résolution, aide à la découverte scientifique, physique granulaire.

KEY WORDS : Numerical simulation, distributed problem solving, scientific discovery, granular physics.

1. Introduction

A l'heure actuelle, environ 80 % des produits (ou intermédiaires) des industries de procédé se trouvent être sous forme de grains ou de poudres. Et pourtant la connexion entre les mécanismes d'interaction des grains et l'obtention de lois macroscopiques fiables contrôlant leurs aspects mécaniques n'est pas établie. Des approches récentes montrent que le cœur du problème se situe dans la compréhension imparfaite, voire inexistante, des relations entre les interactions locales inter-grains (forces de contact) et la possibilité de former des structures auto-organisées à une échelle intermédiaire (chaînes de forces, voûtes). Ces structures ont une dynamique régie à la fois par l'action des contraintes externes, par la dynamique des lois locales de contact et celle des variations de structures des empilements. Des mesures récentes [MIL 96, NGA 98, KOL 99, VAN 99a, VAN 99b] et de simulations numériques par éléments finis [RAD 96, ELO 97, OUA 97] montrent que ces structures encodent l'histoire de l'empilement et définissent des paramètres macroscopiques comme les champs de contraintes et de déformations. Leur dynamique est aussi à l'origine des fluctuations de contraintes observées en pratique [MIL 96, NGA 98, KOL 99, VAN 99b].

Pour aborder les problèmes décrits ci-dessus, physiciens et chercheurs en Intelligence Artificielle coopèrent. L'objectif principal de cette collaboration est de concevoir et réaliser un laboratoire virtuel d'expérimentations pour l'*aide à la découverte scientifique* [COL 96, SHR 90, VAL 94] en physique des milieux granulaires : **GranuLab**. Il doit permettre de comprendre les aspects relevant de la dynamique des réseaux de force. La première et incontournable étape dans la conception de cet environnement réside dans la mise en œuvre d'une méthode de résolution qui soit *efficace* pour que des expérimentations de taille raisonnable soient possibles et qui soit *fiable* pour que celle-ci puisse véritablement servir de base à la recherche en physique.

Dans la seconde partie, nous présentons le problème tel qu'il se pose pour les physiciens. On donne les limites des approches numériques qu'ils ont apportées ainsi que les raisons de la nécessité de recourir à de telles approches numériques. Nous présentons ensuite la modélisation multi-agents et l'algorithme de type éco-résolution que nous avons conçu et mis en œuvre. La démarche pour valider les résultats obtenus par l'approche multi-agents sera enfin explicitée. Cette validation est primordiale car elle est un préalable à l'utilisation de cet environnement comme d'un laboratoire virtuel d'expérimentations.

2. Problème physique des empilements de grains

2.1. Motivations

Contrairement à l'étude mécanique d'un solide, les *granulaires* ont la désagréable habitude de se comporter de façon apparemment imprévisible. Prenons l'exemple des silos à grains : l'écoulement est parfois stoppé par la formation d'une voûte de grains (cf. Figure 1.). Cette voûte, très solide, supporte alors une bonne

partie de la charge du silo et il est difficile de la briser. A l'heure actuelle, les ingénieurs n'ont souvent pas trouvé mieux que de marteler la paroi du silo.

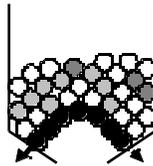


Figure 1. Voûte dans un silo.

Pour compliquer le problème, lorsque l'on arrive à briser la voûte, le granulaire se comporte comme un liquide et s'écoule brutalement vers le réceptacle en dessous. La formation de telles voûtes pose de surcroît la question de la charge maximale supportée par la paroi au niveau de la voûte. Les ingénieurs qui conçoivent de tels silos se basent sur des théories effectives issues de la mécanique des milieux continus et sur leur savoir expérimental pour évaluer la résistance nécessaire des matériaux et imposer souvent de confortables coefficients de sécurité.

La compréhension de ces phénomènes d'écroulement et la capacité de prédire les catastrophes qui en sont parfois les conséquences est donc d'une importance vitale. De nombreuses recherches physiques visent ainsi à mieux comprendre les *réseaux de forces* qui sous-tendent l'équilibre d'un granulaire.

2.2. Les expérimentations réelles

Les premières expérimentations qui ont mis en évidence la présence d'un réseau de forces sur ce type d'empilements sont basées sur le principe de la photoélasticité [TRA 86]. L'empilement de cylindres en plexiglas est éclairé entre polariseurs croisés. Au repos, l'empilement apparaît comme sombre, mais sous l'action d'une forte contrainte, des grains font tourner le plan de polarisation de la lumière et ainsi apparaissent localement plus lumineux (cf. Figure 2.a). Néanmoins, la déformation du cylindre doit être suffisamment importante pour que la lumière passe.

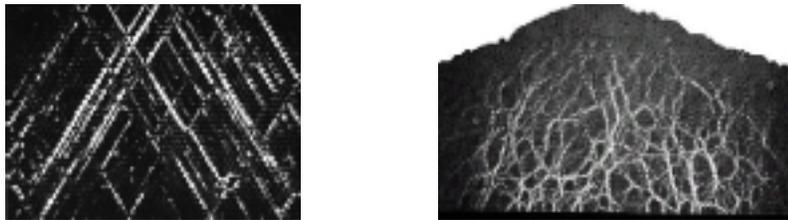


Figure 2. Lignes de forces a) tas sous pression et b) tas supportant son propre poids (Image obtenue par courtoisie du Pr. R.P. Behringer, voir [VAN 99b])

Ce n'est que récemment que le groupe de R.P. Behringer de l'université de DUKE a visualisé, en utilisant des matériaux extrêmement sensibles, les *chemins de forces* dans un tas qui ne supporte *que son propre poids* (cf. Figure 2.b). De manière générale, les mesures macroscopiques de contraintes effectuées sur des empilements

réels demandent des conditions expérimentales draconiennes pour obtenir des valeurs reproductibles [VAN 99a]. On observe souvent des fluctuations importantes (de l'ordre de la moyenne [LIU 95]) du fait de la taille finie des capteurs de contraintes [MIL 96, NGA 98, KOL 99]. Ces mesures sont assez peu informatives sur la structure interne du réseau de forces et pour comprendre ces phénomènes macroscopiques, la simulation numérique est un partenaire essentiel [RAD 96]. Cependant, ces expérimentations jouent un rôle clé dans la validation des modèles conçus par les physiciens.

2.3. Un modèle physique simplifié

Actuellement, la découverte d'un modèle physique qui soit suffisant pour expliquer les phénomènes décrits plus haut intéresse nombre de physiciens des milieux granulaires. Cette quête rencontre cependant des difficultés d'ordres physique et numérique. Avant tout, quelle échelle considérer : microscopique, au niveau du grain ou d'une ligne de force ? Une autre difficulté réside dans la nature des mécanismes physiques qui entrent en jeu. Faut-il modéliser les interactions électrostatiques, les forces vectorielles ou existe-t-il une dynamique des points de contact inter-grains ? D'un point de vue numérique, le nombre de grains nécessaire à une étude statistique du modèle, le caractère hystérétique des empilements et l'hétérogénéité des matériaux rendent les simulations très difficiles. Ces difficultés conduisent à considérer un modèle de tas qui puisse à la fois rendre compte de certains phénomènes macroscopiques et dont des solutions puissent être calculées.

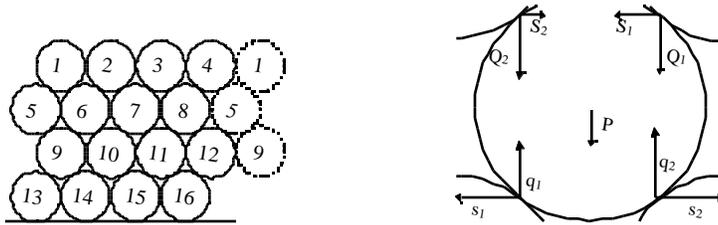


Figure 3. a) Tas en boulets de canon, b) Forces s'appliquant sur le grain

Clément propose de s'intéresser à l'étude d'empilements bidimensionnels en boulets de canon de sphères dures et régulières (cf. Figure 3.a) [ELO 97]. Le tas est toroïdal (conditions limites périodiques) afin de s'affranchir des conditions aux limites dues aux parois (cf. Figure 3.a, le grain numéro 5 aura pour voisins les grains 1, 4, 12 et 9). De plus, on néglige volontairement les contacts latéraux (cf. Figure 3.a, il n'y a pas de contact entre les grains 5 et 6).

$$\begin{cases} Q_1 + Q_2 + q_1 + q_2 = -P & (1) \\ S_1 + S_2 + s_1 + s_2 = 0 & (2) \\ Q_2 - Q_1 + \tan\theta (S_1 + S_2) = q_2 - q_1 + \tan\theta (s_1 + s_2) & (3) \end{cases}$$

Figure 4. *Equilibre par translation 1) verticale, 2) horizontale et 3) par rotation.*

Pour que le tas soit en équilibre statique, chaque grain doit être en équilibre au sens des forces vectorielles qui s'appliquent sur lui. Tous les grains doivent donc satisfaire le même système d'équations (cf. Figure 4.). Les Q (resp. S) représentent la projection verticale (resp. horizontale) de la force de contact pour $\theta=60^\circ$. En outre, on ajoute une contrainte au niveau des forces de contact afin qu'elles soient contenues dans leur cône de friction de Coulomb qui définit la limite statique du contact solide sur solide. Il faut donc que chaque grain possède un jeu de forces qui satisfasse et son équilibre et les contraintes de friction à ses quatre points de contacts. Mais, comme la condition de Coulomb, valable en chaque contact, est une double inégalité, un empilement aura ainsi un grand nombre (en fait une infinité) de solutions qui satisfont toutes les conditions d'équilibre statique.

2.4. Approche stochastique de résolution d'équations

La méthode numérique MC-Granu utilisée par Eloy et al [ELO 97] pour la résolution exacte des équations de l'équilibre statique d'un tas est une méthode stochastique. Elle se rapproche des méthodes dites de Monte-Carlo qui font intervenir un tirage aléatoire de variables. La résolution s'effectue de haut en bas, par échantillonnage aléatoire des couches. Nous allons d'abord montrer comment l'équilibre des grains est atteint et ensuite expliciter l'algorithme de façon globale.

En résolvant de haut en bas, on considère que les valeurs de forces supérieures du grain (cf. Figure 4., Q_1 , S_1 , Q_2 et S_2) sont fixées, on a alors un système de 3 équations à 4 inconnues (q_1 , s_1 , q_2 , et s_2). La propagation de ces contraintes, à partir des conditions limites en haut du tas, n'apporte que très peu d'informations aux couches inférieures et ne permet pas de réduire l'espace de recherche en conséquence [FRO 94].

Dans MC-Granu, on doit choisir un paramètre p pour chaque grain : la façon de répartir sa charge aux grains inférieurs (cf. Figure 5.).

Tant que l'on n'a pas atteint la dernière couche, **Faire**

1. Créer un échantillon de la couche courante, de taille N , en choisissant le paramètre p de façon aléatoire, pour tous les grains de la couche.
2. Regard en avant : éliminer de l'échantillon, les couches qui génèrent des échecs à la couche suivante.
3. **Si** l'échantillon de couches est vide,
Alors retour-arrière de $2^{\text{échecs}-1}$ couches et incrémenter le nombre d'échecs,
Sinon choisir aléatoirement une couche dans l'échantillon et propager les valeurs à la couche suivante.
4. **Si** on est arrivé à une couche non encore atteinte,
Alors remise à zéro du nombre d'échecs.

FinTantQue

Figure 5. *Algorithme MC-Granu*

Malheureusement, il arrive souvent qu'il n'y ait pas de couche ne générant pas d'erreur à la couche suivante, parmi celles échantillonnées. Dans ce cas, MC-Granu procède à un retour-arrière proportionnel au nombre d'échecs rencontrés ($2^{\text{échecs}-1}$). Ainsi, le tas peut être reconstruit entièrement des centaines de fois, avant d'avoir la « chance » de générer un tas avec peu d'échecs. En pratique, cet algorithme est d'une complexité exponentielle avec la largeur du tas (cf. § 4.2). En effet, plus le tas est large, plus il est difficile de générer aléatoirement des couches sans aucune erreur.

2.5. Problématique

L'algorithme MC-Granu ne permet pas de générer des tas de plus de cinquante grains en largeur, ce qui rend délicates les études statistiques sur le modèle. Le problème qui se pose est donc de concevoir un algorithme de résolution qui soit utilisable par des chercheurs en physique granulaire, générique et valide. En effet, l'algorithme doit être rapide afin de pouvoir générer, en un temps raisonnable, des tas atteignant plusieurs centaines de grains en largeur : c'est la condition nécessaire à toute étude statistique du modèle. D'autre part, un algorithme générique permettra aux chercheurs de pouvoir modifier ou complexifier leur modèle sans avoir à reconcevoir entièrement le système. Enfin, pour être validé, l'algorithme devra corroborer les phénomènes physiques macroscopiques, ceux-là mêmes que l'on cherche à comprendre.

En physique granulaire, les chercheurs sont principalement intéressés par des comportements macroscopiques du réseau de forces. Comme les fluctuations de tels paramètres sont de l'ordre de la moyenne, il est nécessaire d'engendrer des dizaines de milliers de solutions pour pouvoir effectuer une véritable étude statistique. De plus, les tas générés doivent être assez profonds afin de s'affranchir des fluctuations des premières couches.

3. Une modélisation distribuée

Il a donc fallu commencer par trouver une méthode de résolution utilisable. A cet effet, nous proposons une approche multi-agents pour la simulation numérique d'un réseau de forces dans un tas de sable.

La vision multi-agents pour la simulation en physique n'est que très récente. Dans une étude théorique sur l'apport des SMA pour la physique, Treuil et al., introduisent la notion de « simulons » pour décrire des agents simulant des processus physiques [TRE 97]. Les simulons ne sont pas les processus physiques eux-mêmes, mais des physiciens qui raisonnent sur ces processus physiques. Ils distinguent trois caractéristiques d'un agent-simulons : la possibilité de distribuer les calculs, l'autonomie de l'agent et ses capacités à communiquer. Cette distinction a été reprise par Servat dans son étude du ruissellement de boules d'eau par un système multi-agents [SER 99]. Chaque boule d'eau étant autonome, elle calcule elle-même sa trajectoire et les calculs sont ainsi répartis entre les agents. De même,

leurs capacités à communiquer leur permet de se regrouper en mares selon le principe des vases communicants.

Pour le problème qui nous intéresse, considérer un grain comme un agent permet de décentraliser la résolution du tas localement à chaque grain. En effet, l'espace de recherche est beaucoup trop grand pour être appréhendé de façon globale, alors que localement, les possibilités qui s'offrent à chaque grain sont données par ses équations. En outre, nos agents sont suffisamment autonomes pour pouvoir introduire de la dynamique dans la topologie (avalanches, écoulement de silos, etc...) ou d'autres modifications du modèle. Enfin, leurs capacités à communiquer nous ont permis de définir, en collaboration avec les physiciens, des comportements simples de résolution.

3.1. *Modèle de l'agent-grain*

Du fait de la nature « inerte » d'un grain réel, la modélisation du grain par un agent essentiellement réactif est naturelle. Nous nous sommes appuyés sur la méthodologie de conception de SMA Cassiopée [COL 96] pour concevoir l'agent-grain¹. Cette méthodologie définit un agent en cinq couches incrémentales, à partir de ses différents rôles. L'intérêt d'une construction incrémentale est double. D'une part, il est possible de modifier une couche externe sans rien changer aux couches internes et d'autre part, cette approche respecte le principe de parcimonie : on pourra arrêter de complexifier l'agent dès que le système calculera la fonction souhaitée.

Le premier niveau définit le rôle individuel de l'agent. Dans notre cas, il s'agit du rôle d'un grain seul, qui n'a pas encore de voisin, mais qui est déjà une entité physique à part entière : un grain dans l'environnement « tas ». Ses connaissances se limitent à sa géométrie et à son jeu de forces. Son rôle est d'abord d'initialiser aléatoirement son jeu de forces et ensuite de se résoudre : étant donné une liste de forces fixées, essaie de calculer une valeur possible pour les autres forces.

```

RESOUDRE_INDIVIDUEL(x, liste de forces fixées)
1. CALCULER_INTERVALLES(x, forces non fixées)
2. Si PAS_DE_SOLUTION(x), retourner FAUX
   sinon Si EST_RESOLU(x), retourner VRAI
   sinon CHOISIR_VALEURS_INTERVALLES(x, forces non fixées)
3 retourner VRAI.

```

Figure 6. *Résolution individuelle du grain*

La procédure `CALCULER_INTERVALLES(x, liste de forces)` calcule les valeurs possibles pour les forces, d'après les équations du modèle. La fonction `PAS_DE_SOLUTION(x)` retourne VRAI si l'équilibre est impossible. Ensuite, on choisit aléatoirement une valeur pour chaque force non fixée par la procédure `CHOISIR_VALEURS_INTERVALLES(x, liste de forces)`. On dira qu'un grain peut-

¹ Cassiopée n'étant pas encore une véritable architecture SMA, mais plutôt une aide conceptuelle à la modélisation, nous avons directement codé nos agents sous forme de classes C++.

être résolu indépendamment de ses voisins. Ici, le grain cherche à satisfaire son équilibre individuel.

Le deuxième niveau concerne la topologie de l'agent, c'est un niveau intermédiaire entre son rôle individuel et son rôle social. Ici, le grain détermine ses voisins : ceux avec qui il va pouvoir communiquer des valeurs de forces par la suite. La topologie du grain est actuellement statique, à quatre points de contact, mais il nous faudra certainement envisager à terme un modèle plus complexe.

Le troisième niveau définit le rôle social de l'agent, son comportement vis-à-vis de ses voisins (cf. Figure 7.). Le grain va chercher à se résoudre socialement, en acceptant les forces que ses voisins lui envoient et en poussant les autres pour pouvoir rester localement à l'équilibre.

```

RESOUDRE_SOCIAL(x)
1. Si RESOLU_SOCIAL(x), retourner VRAI
2. Sinon, Forces_demandées = ACCEPTER_FORCE(x)
   RESOUDRE(x, Forces_demandées)
   Pour toutes les forces modifiées, Faire
       POUSSER(y, F)
   FinPour
3. retourner VRAI

```

Figure 7. *Résolution sociale du grain*

La fonction `ACCEPTER_FORCE(x)` accepte les forces de mes voisins et renvoie la liste des forces fixées. La fonction `POUSSER(y, F)` envoie la force `F` à mon voisin `y` et le prévient qu'il doit se résoudre socialement.

Le quatrième niveau définit les regroupements possibles d'agents en méta-agents. Dans notre exemple, nous n'avons pas encore eu besoin de leur mise en œuvre. Nous envisageons cependant de modéliser des couches de grains, des lignes de forces, des voûtes et d'autres entités intermédiaires que les physiciens ont besoin de manipuler.

Le cinquième niveau, le niveau collectif, définit le comportement des groupes entre eux. Cette méthodologie étant récursive (un groupe d'agents est un méta-agents), elle a l'avantage de réconcilier les approches ascendantes et descendantes de conception des SMA.

3.2. L'algorithme d'éco-résolution

La résolution locale de chaque grain étant définie, nous allons maintenant présenter comment la résolution globale du tas s'effectue (cf. Figure 8.). Le tas initialise les grains avec des jeux de forces aléatoires et conserve en mémoire une liste des grains non encore résolus socialement. Au départ, ils sont tous résolus individuellement mais pas socialement car chacun est en équilibre avec son propre jeu de forces mais leurs forces de contact ne correspondent pas à celles de leurs voisins, on viole la loi de l'action-réaction de Newton.

```

ECO_RESOLUTION(tas, CHOIX_HEURISTIQUE())
Tant que NON_RESOLU(tas) Faire

```

```

grain = CHOIX_HEURISTIQUE(Tas)
RESOUDRE_SOCIAL(grain)
MISE_A_JOUR_LISTE(tas, grain)
FinTantQue

```

Figure 8. *Algorithme d'Eco-Résolution*

La fonction `NON_RESOLU(tas)` regarde si la liste des grains non encore résolus est vide. La fonction `MISE_A_JOUR_LISTE(tas, grain)` met à jour la liste des grains non résolus en regardant le voisinage de grain. La façon de résoudre le tas dépend uniquement d'une heuristique, passée en paramètre de l'algorithme.

4. Expérimentations et Résultats

4.1. Méthodes

L'un des premiers buts des expérimentations est de déterminer l'heuristique la plus appropriée au problème. Nous avons donc défini plusieurs heuristiques dans le choix du grain prioritaire, chacune correspondant à une notion physique différente. Le choix du grain subissant la pression maximale (resp. minimale) de la part de ses voisins, un choix aléatoire de grain, le premier grain rencontré lorsque l'on parcourt le tas de haut en bas ou le grain ayant le moins (resp. le plus) de liberté pour bouger constituent autant d'heuristiques possibles. Toutes ces heuristiques ont permis de résoudre les tas.

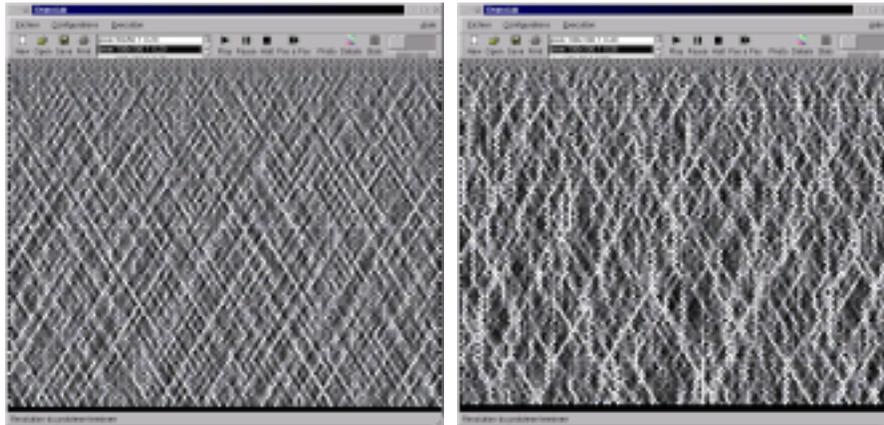


Figure 9. *Désordre du réseau de forces, tas 100x100 et $\mu = a) 0.2, b) 0.6$*

Mais, afin de valider notre algorithme d'éco-résolution nous devons aussi vérifier la présence de certains comportements macroscopiques connus de tas réels. Par exemple, on a montré que plus le coefficient de friction μ est élevé, plus on observe de désordre dans le réseau de forces. On retrouve également dans les tas simulés les motifs caractéristiques d'un réseau de forces : les lignes de forces et les voûtes (cf. Figures 2. et 9.)

4.2. Résultats

GranuLab (cf. . Figure 9.), dans sa version actuelle, permet de générer un problème associé à une méthode de résolution. La configuration du problème mémorise la géométrie des grains, le nombre et la taille des tas à calculer, l'heuristique à utiliser pour l'éco-résolution, etc. Ensuite, on peut créer une nouvelle instance de ce problème et lancer la résolution, par exemple pas à pas et avec affichage, afin d'observer le comportement de résolution de l'heuristique choisie.

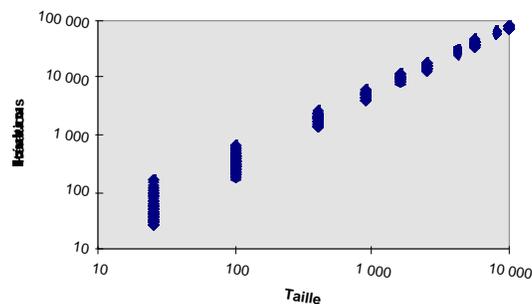


Figure 10. Nombre d'itérations par nombre de grains, à l'échelle log-log. Chaque « bâton » vertical représente 100 tas résolus par éco-premier, avec $\mu = 0.5$

Les heuristiques, énumérées plus haut, sont toutes parvenues à résoudre les tas, mais celle du choix du premier grain non résolu en partant du haut : « Premier » a donné les meilleurs résultats. En pratique, la complexité d'éco-premier est linéaire en fonction du nombre de grains. De fait, nous avons résolu des tas jusqu'à 1 million de grains (1000x1000), en des temps raisonnables (cf. Figures 10 et 11.).

| Heuristique | Premier | | | MC-Granu | | |
|-------------|--------------|--------|-------------|--------------|---------|-------------|
| Taille | Temps (secs) | Iter | Iter moyens | Temps (secs) | Iter | Iter moyens |
| 25 | 0,01 | 56 | 2,27 | 0,01 | 32 | 14,21 |
| 100 | 0,10 | 340 | 3,41 | 0,10 | 221 | 65,13 |
| 625 | 0,91 | 3.191 | 5,11 | 6,78 | 305.213 | 59.775,87 |
| 2.500 | 5,03 | 15.834 | 6,33 | - | - | - |
| 5.625 | 11,46 | 39.206 | 6,97 | - | - | - |
| 8.100 | 17,61 | 59.308 | 7,32 | - | - | - |
| 10.000 | 22,29 | 74.352 | 7,44 | - | - | - |

Figure 11. Tableau montrant les performances moyennes des algorithmes pour 100 tas résolus sur un Ppro 200, sans affichage graphique, avec $\mu = 0.5$.

4.3. Discussion

Les résultats obtenus tant au niveau des performances que de leur validation montrent l'intérêt de l'approche choisie. En effet, GranuLab permet de s'attaquer à la résolution de tas qui n'avaient pu être envisagés à ce jour. Par ailleurs, la

validation menée a permis de montrer que le modèle rendait bien compte de phénomènes observés au niveau macroscopique et ayant déjà fait l'objet de lois (par exemple la loi de distribution des forces sur la couche en contact avec le support). Il faut cependant s'empresseur d'ajouter que le modèle considéré est beaucoup trop simple pour rendre compte des phénomènes à des échelles plus petites. Nous travaillons à l'heure actuelle sur un modèle de grain plus dynamique, ce qui revient à perturber l'équilibre du système et en étudier l'évolution. Il reste aussi à mieux comprendre la nature des solutions découvertes par l'algorithme et leur représentativité dans l'espace de toutes les solutions.

Si l'heuristique Premier semble la plus adaptée au modèle considéré, la raison de son efficacité n'est pas encore claire. Il est possible que l'information de la gravité devant, de toute façon, être *transmise* avant de pouvoir résoudre un grain plus bas dans le tas, cette direction soit privilégiée. Ceci expliquerait pourquoi, dans le modèle considéré d'un tas sous gravité et sans confinement, Premier est la meilleure heuristique. Cependant, les autres heuristiques pourraient s'avérer utiles pour d'autres conditions initiales : comme par exemple le cas de *tas confinés*, sous pression et sans gravité (en position horizontale, avec un piston de chaque côté).

5. Conclusion

Il y a souvent un fossé entre les méthodes de résolution de problèmes utilisées en physique et celles développées en intelligence artificielle. Les travaux présentés ici montrent comment une approche distribuée peut être mise en œuvre et validée pour résoudre des problèmes complexes d'équations jusque là non résolus. Nous ne prétendons pas que l'algorithme d'éco-résolution proposé soit le seul qui aurait permis de résoudre le problème posé. Il est clair cependant que la supériorité de cette méthode sur les approches centralisées avec retour arrière vient de l'aspect distribué de la résolution et de l'introduction d'heuristiques mettant en jeux des connaissances physiques. De fait, les résultats montrent que ces heuristiques permettent de mieux diriger la recherche qu'une approche purement stochastique. En outre, sa supériorité par rapport à des approches basées sur des automates cellulaires est liée à sa généralité. En effet, à plus long terme, l'objectif est de résoudre des empilements en mouvement. L'architecture choisie devrait permettre de traiter cette situation assez naturellement. Par ce travail, nous espérons ouvrir une voie nouvelle dans les approches de la simulation numérique dans les milieux granulaires et contribuer à la conception et à la validation de simulations par des SMA en physique.

6. Bibliographie

- [COL 96] COLLINOT A., DROGOU A., « La méthode de conception multi-agents Cassiopée : application a la robotique collective », rapport LAFORIA n°96/25, 1996, LIP6.
- [DRO 93] DROGOU A., DUBREUIL C., « A Distributed Approach to N-Puzzle Solving », *Distributed Artificial Intelligence Workshop*, 1993, USA.

- [DUR 97] DURAN J., *Sables, poudres et grains : introduction a la physique des milieux granulaires*, Eyrolles, 1997.
- [ELO 97] ELOY C., CLEMENT E., « Stochastic aspect of the force network in a regular granular piling », *J. de Phys. I*, 7, 1541, 1997, France.
- [FER 92] FERBER J., DROGOUL A., « Using Reactive Multi-Agent Systems in Simulation and Problem Solving », *Distributed Artificial Intelligence : Theory and Praxis*, 1992, p. 53-80, N. M. Avouris and L. Gasser, Bruxelles et Luxembourg, ECSC-EEC-EAEC.
- [FRO 94] FRON A., *Programmation par contraintes*, Addison-Wesley, 1994, France.
- [KOL 99] KOLB E., MAZOZI T., CLEMENT E., DURAN J., « Force fluctuations in a vertically pushed granular layer », *Eur. Phys. J. B*, 8, 483, 1999.
- [LUI 95] LIU C.-H. et al., « Force fluctuations in a bead pack », *Science* 269, 1995, p 513.
- [MIL 96] MILLER B., O'HERN C., BEHRINGER R.P., « Stress fluctuations for continuously sheared granular materials », *Phys. Rev. Lett* 77, 1996, p. 3110.
- [NGA 98] NGADI A., RAJCHENBACH J., « Intermittency in the compression process of a granular medium », *Phys. Rev. Lett.*, 80, 1998, p. 273-276.
- [OUA 97] OUAGENOUNI S., ROUX J.-N., « Force distribution in a frictionless granular pile at the rigidity threshold », *Europhys. Lett.*, 39, 1997, p. 117.
- [RAD 96] RADJAI F. et al., « Force distribution in a two dimensional granular system », *Phys. Rev. Lett.*, 77, 1996, p. 274.
- [SER 99] SERVAT D., PERRIER E., TREUIL J.-P., DROGOUL A., « Towards Virtual Experiments Laboratories : How Multi-Agent Simulations Can Cope with Multiple Scales of Analysis and Viewpoints », *Virtual Worlds'98*, 1998.
- [SHR 90] SHRAGER J., LANGLEY P., « Computational Approaches to scientific Discovery », *Computational Models of Scientific Discovery and Theory Formation*, 1990, Shrager J. & Langley P. (Eds), Morgan Kaufmann.
- [TRA 86] TRAVERS T., BIDEAU D., GERVOIS A., MESSENGER J.C., *J. Phys. A*, 19, L1033, 1986.
- [TRE 97] TREUIL J.-P., PERRIER E., CAMBIER C., « Directions pour une approche multi-agents de la simulation de processus physiques spatialisés », *JFIADSMA'97*, 1997, p. 211-228.
- [VAL 94] VALDES-PEREZ R.E., « Conjecturing Hidden Entities by Means of simplicity and Conservation Laws : Machine Discovery in Chemistry », *Artificial Intelligence*, 65, 1994, p. 247-280.
- [VAL 99] VALDES-PEREZ R.E., « Principles of Human Computer Collaboration for Knowledge Discovery in Science », *Artificial Intelligence*, 107(2), 1999, p. 335-346.
- [VAN 99a] VANEL L., CLEMENT E., « Pressure screening and fluctuations at the bottom of a granular column », *Eur. Phys. J. B*, 1999, 8, 483.
- [VAN 99b] VANEL L., HOWELL D., CLARK J., BEHRINGER R.P., CLEMENT E., « Effects of the construction history on the stress distribution under a sand-pile », *submitted*, 1999.